

# 微分を使って解く予想問題

上田仮説サークル資料

2023年1月28日

渡辺規夫

## [問題]

図のように幅6.2cmの箱の側面にP点Q点を取り、角POQが直角になるようにする。

Oから左の壁までは1cm、右の壁までは5.2cm ( $3\sqrt{3}$  cm)である。

OP+OQの長さが最小になるのはどの場合か。

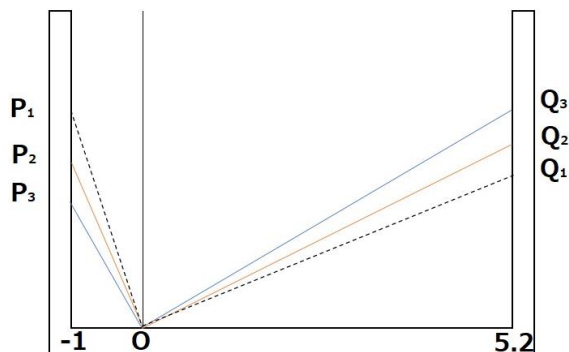
予想

ア、 $P_1OQ_1$

イ、 $P_2OQ_2$

ウ、 $P_3OQ_3$

また、最小になるときのOQと水平面のなす角はどのくらいか。



## [計算]

OP+OQ最小値を求める問題である。

OQと水平面のなす角を  $\theta$  とすると、 $OP = \frac{1}{\sin \theta}$   $OQ = \frac{3\sqrt{3}}{\cos \theta}$  である。

$OP+OQ = \frac{1}{\sin \theta} + \frac{3\sqrt{3}}{\cos \theta}$  を  $f(\theta)$  と置く。ここで  $\theta$  は  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  である。

$f'(\theta) = 3\sqrt{3} \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \left( \tan^3 \theta - \frac{1}{3\sqrt{3}} \right)$   $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  を考慮すると増減表は次のとおりになる。

$\theta$	0	...	$\frac{\pi}{6}$	...	$\frac{\pi}{2}$
$f'(\theta)$		-	0	+	
$f(\theta)$		↘		↗	

$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 8$  だから、OQと水平面のなす角  $\theta$  が  $\frac{\pi}{6}$  ( $=30^\circ$ ) のときOP+OQは最小値 8 cmとなる。

## 「実験」

作図して確かめてみよう。

出典 長岡先生の集中講義数学Ⅲ47ページ 旺文社 渡辺改作