

10. ヒッパルコスの落下速度と終速度の理論

10. ヒッパルコスの落下加速と終速度の理論

彼は上のアルキメデスの落体の法則が落下現象の経験そのものを直接に説明しうるものではないということを知っていた。そこで彼は、他の偶然的な要因がこのくいちがいを説明するものとして、ヒッパルコス流の落下加速の説明と結びつけた。この理論で、落下速度ははじめの中は加速されるがやがて終速度に達するとし、彼の落下法則はこの終速度についてのみあてはまると考えたのである。

(これは直観的に経験衝突をついたものといえる。実際、一般に媒体中の落下速度は終速度 v_{∞} をもち、 v_{∞} は(媒体の抵抗が粘性抵抗を主とするか、渦抵抗を主とするかによって) $W-w$ ないし $\sqrt{W-w}$ に比例するからである。)

要約

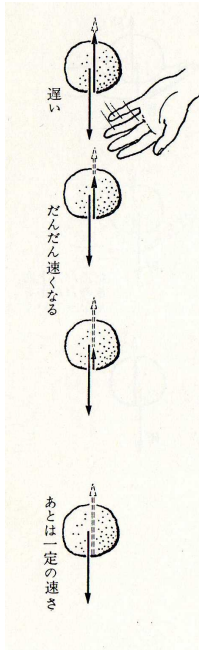
ガリレオは $v \propto W-w$ (落下速度は「重力-浮力」に比例する)は終端速度について当てはまると考えた。

空気中で落下速度はこの理論によると(空気による浮力 w は極めて小さいので)落下速度は物体の重さにほぼ比例するということになるが、実際に実験してみると、そんなことはない。ほとんど同じ速度である。

ガリレオはここで考えた。「水中では大きい(重い)石は小さい砂粒のような石より速く落ちる。空気中でははじめは速度は小さく次第に速くなっていく。水中でもそうになっているはずだ。ただ、水中ではすぐ一定の速度になるが、空気中では一定の速度になるまでに長い時間がかかる。そこで空気中では速度一定になる前に地面に着いてしまう。空気中でも1000メートルくらいの高さから落とすなら、重い方がずっと速いはずだ。落下し始めてから十分時間が経てば、速度は重力-浮力に比例するはずだ。」

この理論については、板倉聖宣著『ぼくらはガリレオ』126ページ~131ページにわかりやすく解説されている。

実は、この理論については、過去の理論ではなく、仮説実験授業をしているときに、子どもたちからしばしば出される理論である。(自分の頭で考える授業でないとういう考えは出て来ない。ほとんどの授業は先生の言っていること(あるいは教科書に書いてあること)を覚えるという授業なので、このような考えが生徒から出てくることはほとんどない。



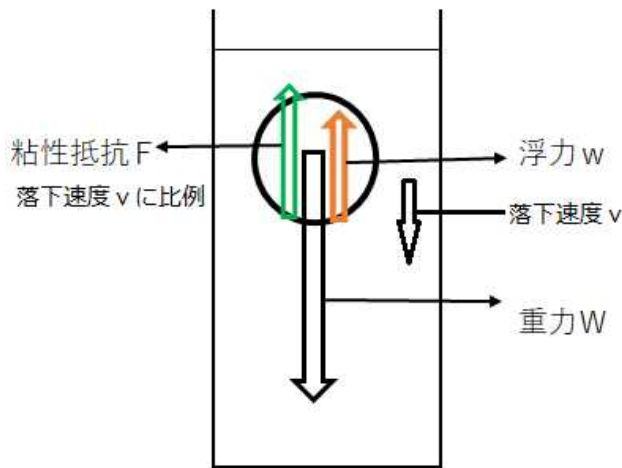
この図は『ぼくらはガリレオ』128ページの図である。板倉さんのガリレオ研究はこの本を書くことでまとめられたと言えよう。

物体を手で支えているときは、重さと手が支える力が釣りあっている。手をはなすと、物体は落下し始めるが、手が支えていた力はまだ残っているのだから、はじめのうちは物体の落下速度は小さい。この残っている力（残留力）は次第に減衰していくので、物体の速度は次第に大きくなるというのである。

これはガリレオの経験的事実とも適合している。この速度を終端速度と解釈するならば、これは正しい法則と言える。

今日の理論でこの説明が正しいかどうかを調べてみよう。

物体が媒体中を落下するとき、落下後まもなく速度が一定（終端速度）になる。このとき、物体にはたらく力はつりあっている。物体にはたらく力は重力 W と、浮力 w と、媒体から受ける粘性抵抗 F である。



半径 a の球が媒体中を等速度で落下するとき、重力と浮力と粘性抵抗の合力は0である。

$$W = w + F \text{ より } F = W - w$$

ストークスの法則より、落下速度が小さいとき（媒体に渦を作らないとき）粘性抵抗 F は $F = 6 \pi a \eta v$ と表される。（ η はギリシャ文字イータ、定数）粘性抵抗は、小球の落下速度に比例するのである。

$$\text{重力は } W = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho g \quad \text{浮力は } w = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_0 g$$

である。

そこで、落下速度が一定のとき、すなわち終端速度 v_∞ に達したとき
粘性力 = 重力 - 浮力だから

$$6 \pi a \eta v_\infty = W - w$$

故に $v_\infty \propto W - w$ が導かれる。

すなわち、この式は、速度が終端速度に達したときには成り立っているのである。

なお、落下速度が大きくて媒体に渦ができるとき、流体の慣性抵抗 f は
 $f \propto \rho v^2 s$ で表される。（ ρ は媒体の密度、 s は落体の断面積）

比例定数を k とおくと、 $f = k \rho v^2 s$

物体が一定の速度 v で落下するとき、合力は 0 だから、

$$W - w = k \rho v^2 s$$

すなわち

$$v_\infty \propto \sqrt{W - w}$$

となるのである。

まとめ

ガリレオは物体の落ち始めには、残留力のためにすぐには速くならず、残留力が減衰していくにつれて、速さは重力 - 浮力の大きさに決まる速さに近づいていくと考えたのである。これは媒体中の終端速度と考えれば、今日の理論や実験結果と一致している。

11. 軽さの概念と浮力

11. 軽さの概念と浮力

ヒッパルコスの理論は、13世紀に聖トマスらによって広められた加速度理論であったから、ガリレオの独創になるものではなかったであろうが、これがガリレオの気になったのは、それが静力学的な抗力の存在を基礎とするものだったからであろう。アルキメデスの原理は、中世において（偽アルキメデスの書やブラジウスの本に見られるように）アリストテレスの“本末の場所”や“軽さ”とい

059)

う概念と妥協していて、浮力の概念は抗力の概念——さらには物質固有の量としての重さの概念、と共にとり去られていた。現象論的に云えばたしかにこうした考えで満足なのであるが、技術的にはそうはゆかない。そこでガリレオは16世紀のハスダイ・クレスカス（1340頃～1410頃）やステフイオンと共に、物質固有の量としての重さの概念を主張し、軽さの原因は浮力にあるとして、アリストテレス流の理論をばげしく批判していたのである。そして机の上にある物体にも重さがあるとすれば、この机がその物体を上におしあげる抗力を考えないわけにはゆかず、この静力学の基礎的な考え方をもとにすれば、ヒッパルコスの理論はむしろ自然なのである。

「13世紀に聖トマス」とはトマス・アクイナスのことか。トマス・アクイナスは、キリスト教神学とアリストテレス哲学を両立させたとされているが、アリストテレスの自然学も研究している。その中でヒッパルコスの本も読んだのだろうか。この点についてはまだ十分に調べてない。

下に行こうとする性質から落下を説明すると抗力は必要ない

ヒッパルコスの理論がガリレオの気に入った理由は、「抗力の存在を基礎とするものだった」からである。

アルキメデスの原理の浮力の考え方をするには、机の上の物体に抗力がはたらいているという考え方をしていることが必要である。

ところが、アリストテレスは「ものは下に行こうとする性質を持つ」と考えた。地面の上の物体は本来いるべき場所にいるのでそれ以上動かないと考えたのである。この考えで行くと、机の上にある物体にはたらく力を考える場合に、地球の引力の矢印だけ書いて抗力の矢印を書かないことになる。仮説実験授業《ばねと力》の授業で、この部分で、抗力の矢印を書かない子どもがいる。「力の原理で考えれば、それだけでは物体は下に動き出すはずではないか」という他の子どもの意見に対して「この物体は机の上にあるのだから、地球の引力で引っ張られても下には動かない」と答えて動かない子どもが少なからずいる。これは、アリストテレスのように考えていれば、おかしい考え方ではない。

ガリレオはものには重さがあるが軽さはないと考えた

ガリレオは「ものは下に行こうとする性質があるのではない」と考えた。ガリレオによれば、ものは重さによって下にいくのである。これは重さという言葉を重力（地球の引力）と考えれば、今日の考えと同じである。机の上の物体も重さがあるから下に行こうとする。しかし、動かない。なぜか。それは、物体が机から抗力を受けているからである。

ガリレオにとっては、ヒッパルコスの残留力の理論の方がずっと自然な理論に思えたのである。そして、この抗力の理論ときわめて近い関係にあるのが浮力である。

アルキメデスの原理は、浮力の理論であったが、中世においては、浮力の概念はなくなり、浮き沈みの現象を説明する方法になってしまった。この改作されたアルキメデスの原理ではなく、もともとのアルキメデスの原理を支持するガリレオにとって、浮力と似た力である抗力の存在を示しているヒッパルコスの理論が気に入ったのである。

《ばねと力》の授業において抗力を教えることに力を入れることになる起源はここにあるのである。

抗力の教育の歴史概観

抗力を教える歴史を振り返ってみると、抗力概念は難しいということからか、明治時代の中学校の物理教科書には抗力の記述がなかなか登場しなかった。調べた限りでは本多光太郎の中学校物理教科書で抗力が最初に記述されたのではないかと思う。(本多光太郎はこの力を抵抗力と書いている。)また、抗力が教科書に登場してからもこの抗力は的確には教えられなかった。生徒の多くは抗力を実在する力とは思わず、つじつまを合わせるための架空の力ととらえていたのである。(板倉聖宣・江沢洋共著『物理学入門』にその記述がある。)教師自身も抗力をつじつま合わせの力と考えている場合が少なくない。

アリストテレスの理論によれば、抗力を考える必要はない。また、浮力を考える必要はない。ものが落ちるのはその物体の本来あるべき場所に戻ろうとするからだという説明をすれば、地面の上の物体が静止しているのはそのものの本来の位置にあるのだから当然のことであるというのである。水中の木が浮いてくるのも、木は水よりも上にある性質があるから浮いてくるというのだから、浮力という概念は不要となるのである。そしてこの場合、もの本来の量である重さの概念も必要なくなるのである。木は空気中では重さがあるが、水中では軽さがあるのである。だから、重さは木という物体固有の量ではなく媒体との関係によって決まってくる量なのである。ガリレオやステフィン、ハスダイ・クレスカスはこのことを激しく批判したのである。

性質で説明するか、原理原則で説明するか

この批判はものごとを性質によって説明しようとすることに対する批判である。江戸時代の自然学は自然現象を性質によって説明していた。これは科学ではない。現在でも多くの人びとはものごとを性質によって理解しようとしている。ガリレオが確立したものごとを原理原則で考えるという手法は未だみんなのものになっていないのである。

ハスダイ・クレスカスについては調べたが、わからなかった。