

地球が太陽に衝突したらどうなるか

2015年9月4日 理科教育研究会 上田市ホテル祥園

渡辺規夫 屋代高校 篠ノ井高校（非常勤講師）

長野県上田市諏訪形1214-5

電話 0268-23-1371 メール nwkase@yahoo.co.jp

ヘルムホルツは講演で

「地球が止まったとすると、その後太陽に向かって落下する。地球が太陽に衝突したとすると、そのとき発生する熱は地球が急に止まったときに発生する熱の400倍である。」と言っている。（『自然力の相互作用』大学書林 101 ページ ただし、文章は筆者が適宜編集した。）これは本当だろうか。これを問題の形にしてみよう。

[問題]

地球の質量は 6.0×10^{24} kg である。

太陽のまわりを公転している速さは 3.0×10^4 m/s である。

このとき、地球の運動エネルギーは 2.7×10^{33} J である。すなわち、地球が止まったとき発生する熱は 2.7×10^{33} J である。

それでは静止した地球が太陽の引力により太陽に落下し衝突したとき、発生する熱はその何倍だろうか。ヘルムホルツの言うように本当に 400 倍になるだろうか。

予想

ア、ほぼ 400 倍になる。± 10% 以内程度

イ、数 100 倍程度 ± 50% 以内

ウ、かなり数値が違うが違っても 100 倍以内、100 分の 1 以上

エ、全然違う値になる。

オ、計算不可能

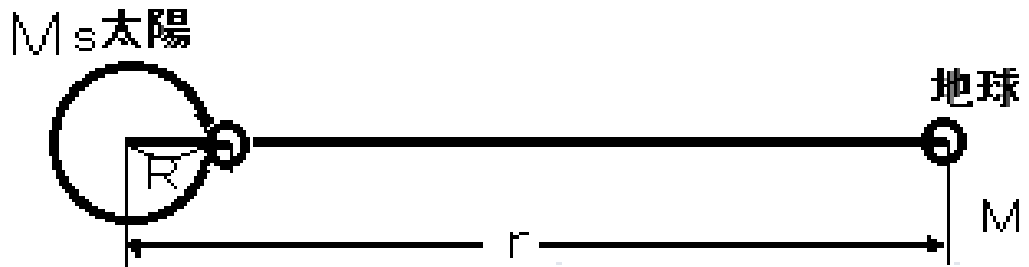
太陽の質量 $M_s = 2.0 \times 10^{30} \text{kg}$

地球の質量 $M = 6.0 \times 10^{24} \text{kg}$

太陽と地球の距離 $r = 1.5 \times 10^{11} \text{m}$

太陽の半径 $R = 7.0 \times 10^8 \text{m}$

万有引力定数 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$



[計算]

地球が太陽から r だけ離れた位置にいるときの万有引力による位置エネルギー

$$U_1 = -G \frac{M_s M}{r}$$

地球が太陽表面に衝突する直前の万有引力による位置エネルギー

$$U_2 = -G \frac{M_s M}{R}$$

地球が太陽に衝突する直前の運動エネルギー $\frac{1}{2} M v^2$

力学的エネルギー保存の法則より

$$\frac{1}{2} M v^2 = U_1 - U_2 = -G \frac{M_s M}{r} - \left(-G \frac{M_s M}{R} \right) = G M_s M \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$$

ここに数値を代入すると

$$6.67 \times 10^{-11} \times 2.0 \times 10^{30} \times 6.0 \times 10^{24} \left(\frac{1}{6.4 \times 10^8} - \frac{1}{1.5 \times 10^{11}} \right) = 1.24 \times 10^{36} \text{ (J)}$$

この運動エネルギーが太陽と衝突するとき失われるとするとそれと等しい熱が発生する。この熱によって地球の温度はどのくらい上昇するだろうか。

地球の比熱はわからないので、地球があらゆる物質の中でもっとも比熱の大きい水でできていると仮定して計算してみよう。

水の比熱は $c = 4.2 \text{ J/g} \cdot \text{K}$ である。この比熱は g あたりの数値であることに注意して地球の温度上昇を ΔT とすると、 $Q = m c \Delta T$ だから、

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{1.24 \times 10^{36}}{6.0 \times 10^{24} \times 10^3 \times 4.2} = 4.9 \times 10^7$$

すなわち、 49000000 K 温度上昇することになる。(4900 万度上昇)

発生する熱は $1.24 \times 10^{36} \text{ J}$

地球が急に止まったときに発生する熱は $1.1 \times 10^{33} \text{ J}$

$$\frac{1.24 \times 10^{36}}{2.7 \times 10^{33}} = 4.59 \times 10^2 \approx 460 \text{ 倍}$$

[計算の結果]

ヘルムホルツの計算の400倍の1.15倍なので、ほぼ400倍誤差15%で、1割以内という予想がもっとも近い値である。